El coeficiente se Poisson en las estructuras

Dr. Ing. Raúl D. Bertero, Vicedecano Facultad de Ingeniería – UBA:
r.bertero@gmail.com

El excelente artículo de Roberto Torrent sobre el coeficiente de Poisson es un buen recordatorio de su influencia decisiva en varias prácticas de la ingeniería estructural. En esta nota vamos a recordar tres de ellas: a) la armadura secundaria en losas armadas en una dirección, b) la armadura de confinamiento en columnas de hormigón en zona sísmica y c) la aislación de bases como solución para el diseño sísmico de edificios.

a) Armadura secundaria en losas armadas en una dirección

En el artículo 20.1.6.3 del CIRSOC 201 de 1982 se establecía que en losas armadas en una dirección se debe proveer una armadura transversal, cuya sección por metro debe ser, por lo menos, igual al 20% de la armadura principal necesaria en el tramo. ¿Por qué el 20% de la armadura principal?

Supongamos la losa de la Fig. 1, con su armadura principal en la dirección del eje x. Por ser una losa en una sola dirección, la posición deformada para una carga uniforme corresponderá a la de una superficie cilíndrica: *w(x,y) = f(x).*

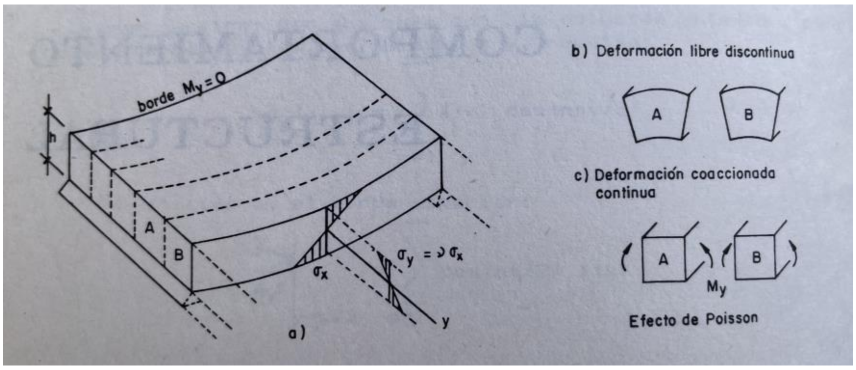

*Fig. 1 Tensiones y deformaciones en una losa armada en una dirección. Fuente: **Fioravanti**, M. y del **Carril**, T. CURSO DE PLACAS PLANAS. (A.S.A., Ed.) Buenos Aires, Argentina*

De acuerdo con la Teoría de Placas, los momentos flectores y las curvaturas de la placa están relacionadas por la ecuación (1), donde $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ es la rigidez de la placa y ν es el coeficiente de Poisson.

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = -D \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial^2 w / \partial x^2 \\ \partial^2 w / \partial y^2 \\ \partial^2 w / \partial xy \end{Bmatrix} \qquad (1)$$

Como la deformación de la placa es cilíndrica, *w(x,y) = f(x),* aplicando la ecuación anterior los momentos flectores son:

$$M_x = -D\frac{d^2 f}{dx^2} \qquad M_y = -\nu D\frac{d^2 f}{dx^2} = \nu M_x \quad (2)$$

Es decir que si la armadura principal, A_{sx}, se diseña para M_x, la armadura secundaria en la dirección de y, de acuerdo con la ecuación anterior, debe ser $A_{sy} = \nu A_{sx} = 0.2 A_{sx}$, ya que 0.2 es el coeficiente de Poisson considerado para el hormigón.

Como se muestra en la Fig. 1, por el efecto de Poisson, la parte superior comprimida en la dirección x se expande lateralmente en dirección de y, mientras que la inferior traccionada se contrae. Para que la deformación sea cilíndrica se debe generar un momento M_y, como surge de las ecuaciones de la Teoría de Placas.

b) Armadura de confinamiento en columnas de hormigón armado en zona sísmica

En el Reglamento ACI 318-19, el Capítulo 18 sobre Resistencia Sísmica, establece una armadura transversal mínima que para columnas rectangulares debe cumplir

$$\rho_{sx} = \rho_{sy} \geq 0.3\left(\frac{A_b}{A_k} - 1\right)\frac{f_c'}{f_y} \qquad (3)$$

$$\rho_{sx} = \rho_{sy} \geq 0.09\ \frac{f_c'}{f_y} \qquad (4)$$

Donde ρ_{sx}, ρ_{sy} indica la cuantía de armadura transversal, A_b, es el área de la columna, A_k, es el núcleo limitado por los estribos exteriores, f_c', es la tensión característica del hormigón y f_y es la tensión de fluencia del acero de los estribos.

La ecuación (3), es la armadura transversal mínima necesaria para que la columna siga sosteniendo la misma carga vertical una vez que salta el recubrimiento cuando las deformaciones superan la deformación de descascaramiento ("spalling") del hormigón sin confinar, ε_{sp} (Fig. 2). Para ello se requiere un aumento de la resistencia máxima f_{cc}' del hormigón remanente en el núcleo confinado que compense la pérdida de sección.

La ecuación (4), es la armadura transversal mínima necesaria para que la columna alcance una deformación última del hormigón ε_{cu}, del orden del 2%, para conseguir, a su vez, una capacidad de rotación plástica mínima en la columna.

Veamos que tienen que ver las ecuaciones (3) y (4), con el coeficiente de Poisson. Cuando el hormigón es sometido a esfuerzos de confinamiento transversales se producen dos cambios fundamentales en la curva compresión-deformación vertical de una sección de hormigón: aumenta la resistencia máxima f_{cc}' y aumenta la deformación última del hormigón ε_{cu} (Fig. 2). Los ensayos demuestran una relación aproximadamente lineal entre ambos incrementos y la tensión de confinamiento (Fig. 3).

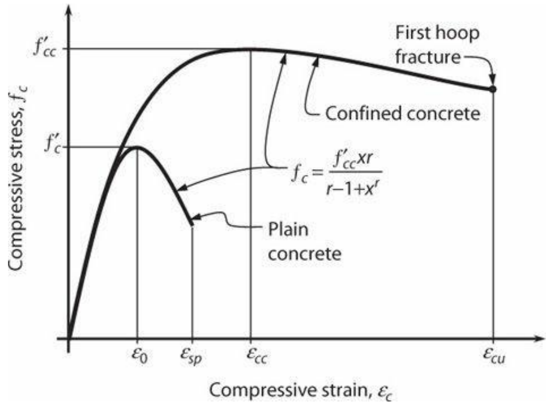

Fig. 2 Comportamiento del hormigón confinado y sin confinar. Aumento de la resistencia máxima y de la deformación última. Fuente: Seismic Design of Reinforced Concrete Buildings. J.Mohele. Ed. Mc Graw Hill.

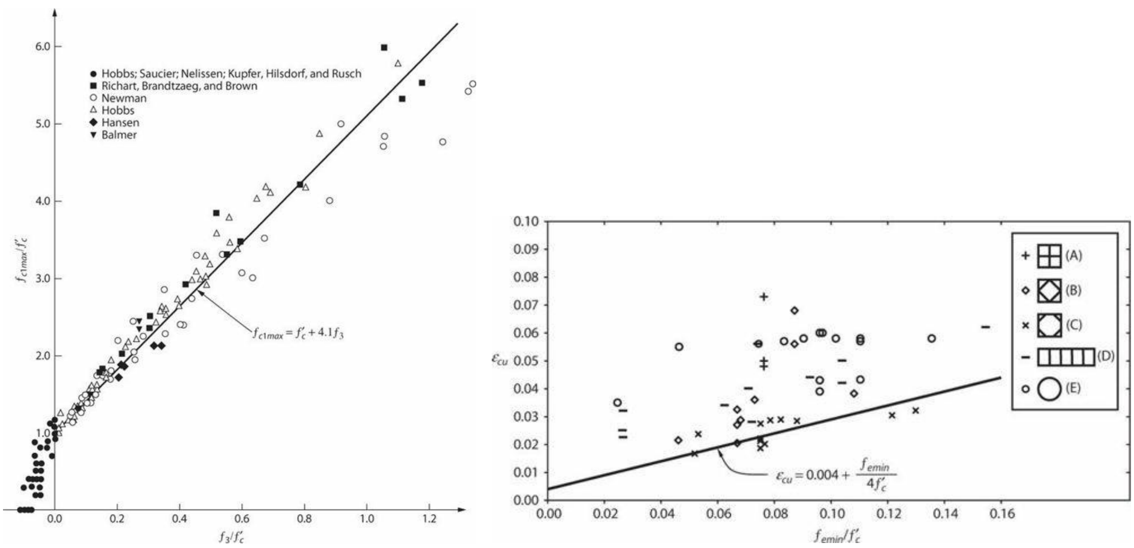

Fig. 3 Aumento de la resistencia máxima con la presión de confinamiento (izquierda) y aumento de la deformación última con la presión de confinamiento (derecha). Fuente: Seismic Design of Reinforced Concrete Buildings. J.Mohele. Ed. Mc Graw Hill.

¿Cómo se consigue la presión de confinamiento en una columna de hormigón? Es una consecuencia de la expansión del núcleo de hormigón por efecto de Poisson. Esta expansión es impedida por los estribos y es la deformación de los estribos lo que genera a su vez el esfuerzo de confinamiento (Fig. 4).

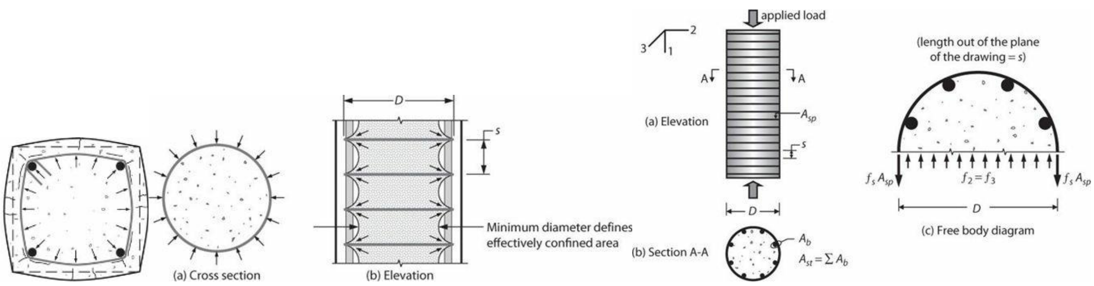

Fig. 4 Núcleo de hormigón confinado por estribos. Fuente: Seismic Design of Reinforced Concrete Buildings. J.Mohele. Ed. Mc Graw Hill.

Al existir, por equilibrio, una relación lineal entre la cuantía de estribos transversales y la presión pasiva de confinamiento se obtienen finalmente, a partir de los ensayos mostrados en la Fig. 3, las ecuaciones (3) y (4).

c) Aislación de bases como solución para el diseño sísmico de edificios

Una forma de reducir las aceleraciones, distorsiones y fuerzas sísmicas en un edificio y, por lo tanto, los daños, es evitar la entrada de la energía sísmica a la estructura mediante la utilización de un sistema de aislación (Fig. 5).

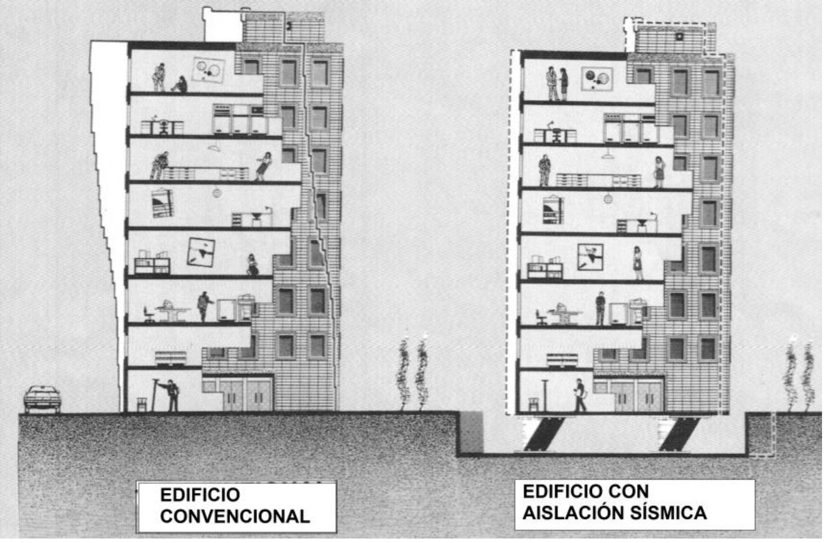

Fig. 5 Diseño sismorresistente utilizando aislación sísmica.

La materialización de la aislación requiere un dispositivo con baja rigidez horizontal, pero con alta rigidez vertical. Esto sólo es posible utilizando un material, como la goma, con bajo módulo de elasticidad, pero con un coeficiente de Poisson casi igual a 0.5, que lo hace incompresible verticalmente si se lo confina, por ejemplo, mediante chapas de acero intermedias como se muestra en la Fig. 6.

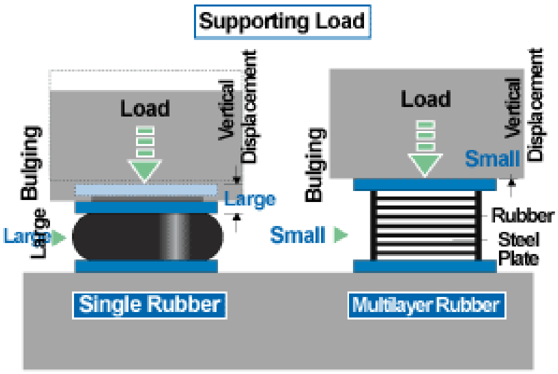

Fig. 6 Rigidez vertical de apoyos de goma de una capa y multicapa.

La rigidez horizontal del aislador se puede calcular como $K_H = \frac{GA}{t_r}$, donde G es el módulo de elasticidad transversal del elastómero, A es el área de la sección transversal del aislador y t_r es el espesor total de goma. La rigidez vertical se calcula como $K_V = \frac{E_c A}{t_r}$ donde E_c es el módulo de compresión equivalente del compuesto de goma y acero de confinamiento. El valor de E_c para una única capa es controlado por el factor de forma S definido como la relación entre el área cargada y el área lateral libre de fuerzas. Por ejemplo, para un aislador circular, $S = \frac{\pi R^2}{2\pi R t} = \frac{R}{2t}$. Usando la teoría de la elasticidad, se demuestra que para un material con $\nu = 0.5$, $resulta\ E_c$ =6G$S^2 = \frac{3}{2} G \frac{R^2}{t^2}$.

Es decir que la rigidez vertical elevada se consigue poniendo muchas capas de goma de pequeño espesor *t*, confinadas por hojas de acero y usando un material con un coeficiente de Poisson cercano a 0.5.